

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY Z NOWĄ ERA 2021/2022

MATEMATYKA

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021¹	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.

Rozwiązanie

B

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika; 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne). XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.

Rozwiązanie

AC

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach.

Rozwiązanie

A

¹ Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczegółowych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 2) porównuje liczby całkowite. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne). VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim.

Rozwiązanie

D

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczba przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczba przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

Rozwiązanie

B

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Rozwiązanie

C

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Rozwiązanie

FP

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 1) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej; 3) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

Rozwiązanie

D

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Rozwiązanie

C

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Rozwiązanie

FP

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach jednokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Rozwiązanie

BD

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta; 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie).

Rozwiązanie

A

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośći liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.

Rozwiązanie

C

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych i prawidłowych.

Rozwiązanie

B

ZADANIA OTWARTE

Uwagi

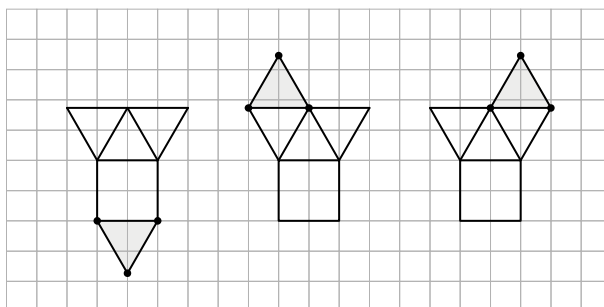
- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązań na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosuje poprawne sposoby obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli w zadaniach 17. 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m^2 - m_2$, ...).

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.

Przykładowe rozwiązanie

a) Możliwe są trzy położenia czwartej ściany bocznej ostrosłupa.



Przykład I

Przykład II

Przykład III

b) $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ (cm)

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

Dorysowanie brakującej ściany w odpowiednim położeniu i kształcie (przykład I, II lub III) i prawidłowe obliczenie sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa (16 cm).

1 punkt

Dorysowanie brakującej ściany w odpowiednim położeniu (przykład I, II lub III), ale nieprawidłowe obliczenie sumy długości krawędzi ostrosłupa

LUB

prawidłowe obliczenie sumy długości krawędzi ostrosłupa (16 cm), ale rysunek nie jest zgodny z żadnym z trzech przykładów.

0 punktów

Rozwiązanie nieprawidłowe albo brak rozwiązania.

Uwaga

Uczeń może wykonać rysunek odręcznie i niedokładnie, ale dorysowana ściana powinna wyglądać jak trójkąt równoboczny.

Zadanie 17. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach jednokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Przykładowe rozwiązania

Sposób I

123% to 1353 zł

1% to $1353 : 123 = 11$ zł

100% to 1100 zł

Odpowiedź: Cena promocyjna pralki wyniesie 1100 zł.

Sposób II

x – cena pralki bez podatku VAT

$$x + 23\%x = 1353$$

$$1,23 \cdot x = 1353$$

$$x = 1353 : 1,23$$

$$x = 1100$$

Odpowiedź: Cena promocyjna pralki wyniesie 1100 zł.

Sposób III

123% – 1353

100% – x

$$x = \frac{1353 \cdot 100\%}{123\%} = 1100$$

Odpowiedź: Cena promocyjna pralki wyniesie 1100 zł.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

Obliczenie ceny pralki bez podatku VAT (1100 zł).

1 punkt

Podanie prawidłowego sposobu obliczenia ceny pralki bez podatku.

0 punktów

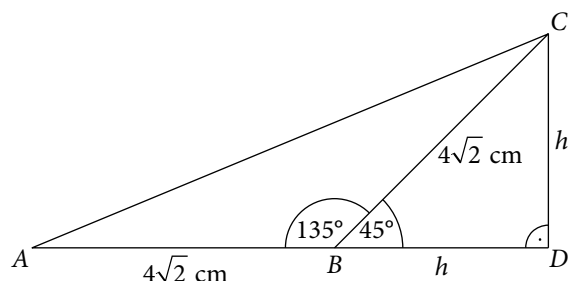
Rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych [...].

Przykładowe rozwiązania

Sposób I



W trójkącie ABC : $|AB| = |BC| = 4\sqrt{2}$ cm.

Z wierzchołka C trójkąta ABC prowadzimy wysokość na podstawę AB .

Po przedłużeniu odcinka AB i oznaczeniu punktu D otrzymujemy trójkąt BDC , w którym

$|\sphericalangle CBD| = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, $|\sphericalangle BDC| = 90^\circ$ i $|\sphericalangle DCB| = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$.

Zatem trójkąt BDC jest prostokątny i równoramienny: $|BD| = |DC| = h$.

Za pomocą twierdzenia Pitagorasa wyznaczamy h .

$$h^2 + h^2 = |BC|^2$$

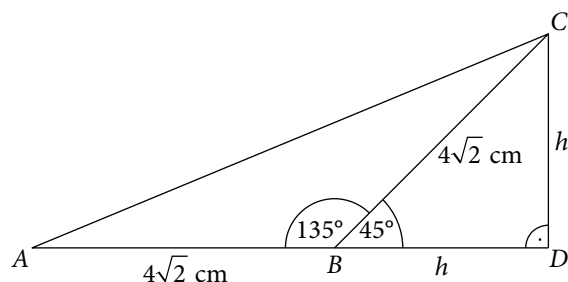
$$2h^2 = |BC|^2$$

$$|BC| = h\sqrt{2} = 4\sqrt{2}, \text{ czyli } h = 4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Zatem } P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4 = 8\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Odpowiedź: Pole trójkąta ABC jest równe $8\sqrt{2}$ cm².

Sposób II



W trójkącie BDC : $|\sphericalangle CBD| = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, $|\sphericalangle BDC| = 90^\circ$ oraz $|\sphericalangle DCB| = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$.

Zatem trójkąt BDC jest połową kwadratu o przekątnej $|BC| = 4\sqrt{2}$ (cm) i bokach $|BD| = |DC| = h$.

Korzystając ze wzoru na długość przekątnej kwadratu, obliczamy bok tego kwadratu.

$$|BC| = 4\sqrt{2} = h\sqrt{2}, \text{ więc } h = 4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Stąd } |AD| = |AB| + |BD| = (4\sqrt{2} + 4) \text{ (cm)}.$$

Obliczamy pola trójkątów.

$$P_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (4\sqrt{2} + 4) \cdot 4 = (8\sqrt{2} + 8) \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$P_{\Delta BDC} = \frac{1}{2} \cdot h^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$P_{\Delta ABC} = P_{\Delta ADC} - P_{\Delta BDC}$$

$$P_{\Delta ABC} = 8\sqrt{2} + 8 - 8 = 8\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Odpowiedź: Pole trójkąta ABC jest równe $8\sqrt{2}$ cm².

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

Obliczenie pola trójkąta ABC i podanie prawidłowego wyniku wraz z jednostką ($8\sqrt{2}$ cm²).

2 punkty

Podanie poprawnego sposobu obliczenia pola trójkąta ABC .

1 punkt

Podanie poprawnego sposobu obliczenia wysokości h trójkąta ABC .

0 punktów

Rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Uczeń nie musi zapisywać jednostek w trakcie rozwiązywania zadania, ale odpowiedź powinna być podana wraz z właściwą jednostką. Błąd w zapisie jednostki jest traktowany jak błąd rachunkowy.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami; 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Przykładowe rozwiązania

Sposób I

Opłata za mieszkanie czwartej koleżanki:

$$3 \cdot 155 = 465 \text{ (zł)}.$$

Wszystkie cztery studentki płacą po równo, więc całkowita opłata za mieszkanie wynosi:

$$4 \cdot 465 = 1860 \text{ (zł)}.$$

Gdyby mieszkały we cztery, każda płaciłaby 465 zł.

Gdyby mieszkały we trzy, każda płaciłaby:

$$1860 : 3 = 620 \text{ (zł)}.$$

Sposób II

Opłata za mieszkanie czwartej koleżanki:

$$3 \cdot 155 = 465 \text{ (zł)}.$$

Gdyby mieszkały we cztery, każda płaciłaby 465 zł.

Gdyby mieszkały we trzy, każda płaciłaby:

$$465 + 155 = 620 \text{ (zł)}.$$

Studentki płacą po równo, więc całkowita opłata za mieszkanie wynosi:

$$4 \cdot 465 = 1860 \text{ (zł)} \text{ lub } 3 \cdot 620 = 1860 \text{ (zł)}.$$

Sposób III

x – opłata za mieszkanie każdej ze studentek, gdyby mieszkały we trzy

$3x$ – całkowita opłata za mieszkanie

$x - 155$ – opłata za mieszkanie każdej ze studentek, gdyby mieszkały we cztery

$4(x - 155)$ – całkowita opłata za mieszkanie

$$3x = 4(x - 155)$$

$$3x = 4x - 620$$

$$x = 620$$

$$620 - 155 = 465$$

$$4 \cdot 465 = 1860 \text{ lub } 3 \cdot 620 = 1860$$

Odpowiedź: Całkowita opłata za mieszkanie wynosi 1860 zł. Gdyby studentki wynajmowały je we trzy, płaciłyby po 620 zł, a gdyby mieszkały we cztery, każda płaciłaby 465 zł.

Sposób IV

x – opłata za mieszkanie każdej ze studentek, gdyby mieszkały we cztery

$4x$ – całkowita opłata za mieszkanie

$x + 155$ – opłata za mieszkanie każdej ze studentek, gdyby mieszkały we trzy

$3(x + 155)$ – całkowita opłata za mieszkanie

$$4x = 3(x + 155)$$

$$4x = 3x + 465$$

$$x = 465$$

$$465 + 155 = 620$$

$$620 \cdot 3 = 1860 \text{ LUB } 4 \cdot 465 = 1860$$

Odpowiedź: Całkowita opłata za mieszkanie wynosi 1860 zł. Gdyby studentki wynajmowały je we cztery, płaciłyby po 465 zł, a gdyby mieszkały we trzy, każda płaciłaby 620 zł.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

Poprawnie obliczone: cena wynajmu mieszkania (1860 zł), opłata każdej z trzech studentek (620 zł), opłata każdej z czterech studentek (465 zł).

2 punkty

Rozwiązanie doprowadzono do końca poprawnym sposobem (podano odpowiedź na wszystkie trzy pytania), ale popełniono błąd rachunkowy

LUB

poprawne, ale niepełne rozwiązanie: obliczono opłatę za mieszkanie każdej ze studentek w dwóch wariantach (620 zł i 465 zł), ale brak obliczenia ceny wynajmu

LUB

poprawne, ale niepełne rozwiązanie: obliczono opłatę za mieszkanie każdej ze studentek w jednym wariantcie (620 zł lub 465 zł) i obliczono cenę wynajmu (1860 zł).

1 punkt

Poprawnie ułożone równanie, ale popełniono błąd merytoryczny przy jego rozwiązywaniu lub nie zostało ono rozwiązane

LUB

poprawnie obliczona opłata każdej ze studentek w jednym wariantcie (620 zł lub 465 zł).

0 punktów

Rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.